

Материалы подготовлены Московским центром непрерывного математического образования
www.mcsme.ru



Аналитические материалы

По результатам проведения Национального исследования качества начального общего образования в 4 классах по предметам:
«Русский язык», «Математика», «Окружающий мир»

Часть 3

Математика

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

2015 г.

МАТЕМАТИКА

Общие результаты

В исследовании по математике приняли участие 20 788 обучающихся 4 классов. На рисунке 1 представлена гистограмма распределения первичных баллов.



Рисунок 1. Распределение баллов НИКО по математике

Приведенное распределение свидетельствует о том, что сложность работы соответствовала познавательным возможностям четвероклассников. Этот вывод подтверждается данными о распределении обучающихся по группам в соответствии с полученными отметками по пятибалльной шкале (рисунок 2).

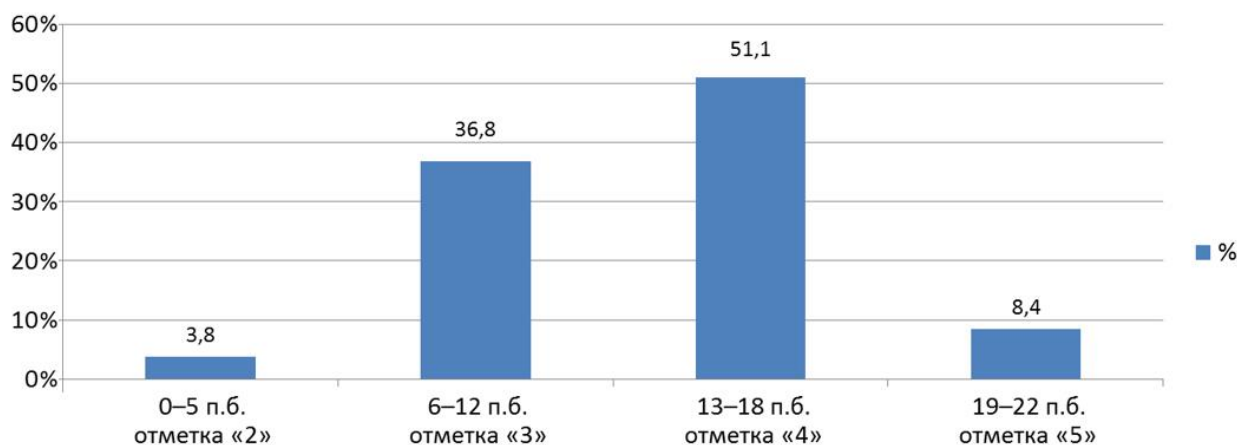


Рисунок 2. Распределение участников по группам в соответствии с полученными баллами

Полученные результаты свидетельствуют о том, что около 96% обучающихся в основном справились с диагностической работой, а почти 60% показали хорошие и отличные результаты.

Анализ выполнения заданий диагностической работы по математике и рекомендации для учителей и системы повышения квалификации

Ниже рассмотрены примеры заданий каждой линии в диагностических работах. С учетом различий в выполнении заданий приведено от одного до четырех заданий в каждой линии. Для заданий с кратким ответом приведены типичные неверные ответы – неверные варианты ответов, которые дали более 1% участников исследования. По результатам анализа даны рекомендации по совершенствованию преподавания математики в начальной школе.

Линия 1

В заданиях этой линии проверялось умение выполнять простейшие арифметические действия с натуральными числами. В разных вариантах были представлены задания на все четыре арифметических действия.

Пример 1.1. Процент выполнения — 89.

Найди значение выражения $153 - 28$.

Ответ: 125.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
2%	25
1%	135
1%	115
1%	124

Пример 1.2. Процент выполнения — 88.

Найди значение выражения $94 : 2$.

Ответ: 47.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
2%	46
1%	42

Пример 1.3. Процент выполнения — 93.

Найди значение выражения $18 \cdot 3$.

Ответ: 54.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
1%	64

Пример 1.4. Процент выполнения — 94.

Найди значение выражения $56 + 47$.

Ответ: 103.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
1%	104
1%	102

Анализ типичных неверных ответов показывает, что основные ошибки были сделаны вследствие невнимательности и отсутствия самоконтроля, поскольку в основном участники ошибались на единицу в разряде единиц или десятков.

Участники исследования успешно справились с выполнением заданий этой линии, что естественно, поскольку формированию умения выполнять элементарные арифметические действия уделяется в начальной школе достаточно много времени.

Тем не менее проценты выполнения сложения и умножения несколько выше, чем выполнения вычитания и деления. Можно рекомендовать на уроках акцентировать внимание на освоении именно вычитания и деления.

Рекомендуется также уделять больше внимания таким заданиям, как:

- 1) вычисления с большими числами, длинные цепочки вычислений;*
- 2) задания-конструкции (например, «придумайте два трехзначных числа, сумма которых равна 999 и все цифры которых различны»);*
- 3) текстовые задачи на применение соответствующих действий.*

Учителям 5 классов также имеет смысл учитывать данные рекомендации, поскольку действия с натуральными числами повторяются в 5 классе в течение первого полугодия.

Линия 2

В заданиях этой линии проверялось умение выполнять арифметические действия, соблюдая при этом необходимый порядок действий.

Пример 2.1. Процент выполнения — 82.

Найди значение выражения $160 : 4 \cdot 8$.

Ответ: 320.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
3%	32
3%	5
1%	40
1%	240
1%	360

Первый типичный неверный ответ получен вследствие «потери» нуля при выполнении деления; второй – при выполнении действий в неверном порядке (сначала

умножение, потом деление); третий – при выполнении только первого действия вместо двух; четвертый и пятый – в результате неверного выполнения одного из действий.

Пример 2.2. Процент выполнения — 88.

Найди значение выражения $(8 + 12) \cdot 3 + 7$.

Ответ: 67.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
3%	200
2%	47

Первый типичный неверный ответ получен в результате несоблюдения порядка арифметических действий; второй, – вероятно, в результате неверного умножения (вместо 3 на 2).

Пример 2.3. Процент выполнения — 87.

Найди значение выражения $6 \cdot 8 + 2 \cdot 11$.

Ответ: 70.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
2%	550
1%	60
1%	50
1%	530

Наиболее частая ошибка вызвана нарушением порядка выполнения действий. Второй и третий типичные неверные ответы, вероятно, обусловлены ошибками при сложении.

Пример 2.4. Процент выполнения — 81.

Найди значение выражения $16 + 4 \cdot 7 + 13$.

Ответ: 57.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
4%	400
2%	153
1%	47
1%	40
1%	67
1%	61
1%	53

Две наиболее частые ошибки при выполнении этого задания вызваны нарушением порядка арифметических действий: либо сначала выполнялось два сложения, а потом – умножение, либо сначала – первое сложение, потом – умножение, потом – второе сложение. Еще несколько типичных неверных ответов получены, вероятно, в результате неверного выполнения одного из сложений. Ответ 40 мог получиться, если, например, вместо умножения выполнить сложение.

Результаты выполнения заданий этой линии показывают, что доля ошибающихся в порядке арифметических действий составляет от 2% до 6%, что, с одной стороны, немного, а с другой – составляет резерв для повышения качества счета.

Для закрепления навыка соблюдения порядка действий можно на уроках предлагать несколько похожих заданий, где при кажущейся схожести порядок действий будет разным. Например:

$2+3\cdot 2$; $(2+3)\cdot 2$; $3\cdot 2+2$; $3\cdot(2+2)$; $(3\cdot 2)+2$.

Следует уделить этой проблеме повышенное внимание, предлагать соответствующие примеры не только в начальной школе, но и в 5, и в 6 классах, чтобы к моменту начала изучения алгебры проблема была устранена.

Необходимо отметить также, что определенный процент ошибок допущен в результате снижения самоконтроля обучающихся: выполнены не те действия или не все действия.

Линия 3

В заданиях этой линии проверялось умение применять математические знания для решения учебно-практических задач. Тематика заданий – время и даты.

Пример 3.1. Процент выполнения — 32.

Занятия в музыкальной школе длятся по 30 минут каждое, а перемены между ними – по 10 минут. В 14:00 началось первое занятие. Во сколько закончится третье занятие?

Ответ: В 15:50; в 15 часов 50 минут.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
20%	16:00
8%	15:20
4%	15:30
3%	15:40
3%	15:10
3%	15:00
2%	14:40

Наиболее часто встречающийся неверный ответ в этом задании был получен, по-видимому, в результате учета лишней перемены, т.е. к исходному времени было прибавлено не три занятия и две перемены между ними, а три занятия и три перемены. Вторая по частоте ошибка возникала, если участники исследования вычисляли, во сколько начнется третье занятие, а не во сколько оно закончится. Третья, четвертая и шестая ошибки получены, вероятно, в результате неверных подсчетов. Пятая ошибка – время

окончания второго занятия, а не третьего. Седьмая – время начала второго занятия, а не окончания третьего.

Пример 3.2. Процент выполнения — 54.

20 марта в 2009 году пришлось на пятницу. На какой день недели пришлось 6 апреля в 2009 году? В марте 31 день.

Ответ: На понедельник.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
5%	ВОСКРЕСЕНЬЕ
5%	ВТОРНИК
5%	СУББОТА
3%	СРЕДА
3%	ПЯТНИЦА
3%	ЧЕТВЕРГ

10% участников ошиблись в этом задании на один день в ту или иную сторону. Еще 8% – на два дня, и еще 6% – на три дня.

Пример 3.3. Процент выполнения — 47.

Таймер в часах поставили так, что он подаёт один сигнал через каждые полчаса. В первый раз таймер просигналил в 13:30. Во сколько он просигналит в седьмой раз?

Ответ: В 16:30; в 16 часов 30 минут.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
19%	17:00
3%	14:00
2%	16:00
2%	20:30
2%	17:30
2%	19:30

Основная ошибка в этом задании возникала, если участники исследования прибавляли к исходному времени на один интервал больше, ведя учет не со второго сигнала таймера, а с первого. Ответ 14:00 вероятно обусловлен невнимательным прочтением условия: вычислялось время следующего сигнала, а не седьмого. Третья ошибка – учет на единицу меньшего количества интервалов, чем требовалось. Четвертая – расчет для часового интервала вместо получасового (причем неверный, поскольку прибавлено 7 часов вместо 6). Шестая ошибка – верный расчет для часового интервала. Ответ 17:30, по-видимому, получился в результате неверных вычислений.

Пример 3.4. Процент выполнения — 54.

Когда в Ростове 13 часов, в Уфе в это время 15 часов. Когда в Уфе 15 часов, в Красноярске в это время 17 часов. Сколько времени в Ростове, когда в Красноярске 20 часов?

Ответ: 16 часов; 16:00.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
8%	18
6%	22
3%	17
2%	15
2%	7
2%	24

Наиболее частая ошибка – нахождение времени в Уфе вместо времени в Ростове, т.е. невнимательное прочтение условия. Вторая по частоте ошибка, вероятно, также связана с подсчетом времени в часовом поясе, отличающемся от Красноярска на 2 часа вместо 4, но подсчет выполнен «не в ту сторону». Следующие две ошибки могли возникнуть в результате неверных вычислений. Ответ 7, скорее всего, получен как разность $20 - 13$ (оба числа фигурируют в условии). Ответ 24 – подсчет «не в ту сторону», но уже со сдвигом на верное количество часов.

Целесообразно также обратить внимание на первый и третий примеры: в этих заданиях максимальное количество однотипных ошибок, что говорит о наличии определенных проблем алгоритмического характера. В первом случае обучающиеся, вероятно, вычисляли длительность занятия плюс перерыв, а потом умножали это на 3, добавляя лишний перерыв. Во втором случае проблема была в понимании того, что седьмой сигнал прозвучит через шесть интервалов после первого, а не через семь.

Подавляющее количество ошибок в заданиях этой линии сделаны в результате невнимательности и отсутствия самоконтроля. Доля вычислительных ошибок невелика. Можно рекомендовать чаще выполнять задания на вычисление времени и дат в разных ситуациях, поскольку, с одной стороны, они имеют выраженный практико-ориентированный характер, а с другой – дают хорошую основу для отработки навыков самоконтроля.

Сравнительно низкий процент выполнения заданий, в которых нужно было применить математические знания на практике, свидетельствует о том, что зачастую знания, получаемые на уроках математики, являются «оторванными» от реальной жизни. Следует как можно больше вплетать жизненные ситуации в материал урока. При этом важно учитывать, что задачи типа «У меня было 23 яблока, а мне дали еще 16. Сколько яблок у меня стало?» не являются практико-ориентированными, так как с очень маленькой вероятностью встречаются в жизни учеников начальной школы. Можно попытаться приблизить условие к событиям реальности. Например, если школьник опоздал на урок, то ему можно дать «штрафную» задачу: «Ты вышел из дома в 8:16, шел до школы 23 минуты. Сколько будет на часах, когда ты войдешь в школу? Опоздаешь ли ты в этом случае?» Математические действия будут те же, но условие гораздо интереснее.

Линия 4

В заданиях данной линии проверялось умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями. Было использовано две разновидности заданий: одна – на вычисление кратного и делителя (без использования терминов, но с описанием их свойств); другая – на нахождение неизвестного компонента действия.

Пример 4.1. Процент выполнения — 49.

Найди самое маленькое не равное нулю число, которое делится нацело и на 6, и на 8.

Ответ: 24.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
15%	48
10%	2
6%	1
2%	16
2%	18
1%	12
1%	4
1%	3

Наиболее частая ошибка – нахождение кратного, но не наименьшего. Вторая и третья по частоте ошибки – нахождение делителя вместо кратного, что говорит о невнимательном прочтении условия. Неверные ответы 16, 18, 12, 4 и 3 свидетельствуют об отсутствии у их авторов навыков самоконтроля, поскольку эти числа не удовлетворяют условию.

Пример 4.2. Процент выполнения — 73.

Вставь пропущенное число в окошко так, чтобы равенство стало верным.

$$80 : 40 = 40 : \square$$

Ответ: 20.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
10%	2
8%	80
1%	1
1%	8
1%	40
1%	10

Наиболее частая ошибка – неверные действия с числами, кратными 10. Остальные ошибки свидетельствуют скорее о проблемах с пониманием условия.

Пример 4.3. Процент выполнения — 14.

Найди самое большое число, на которое делятся нацело и 24, и 36.

Ответ: 12.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
24%	6
13%	72
5%	864
3%	4
2%	144
2%	8
2%	216

Наиболее частая ошибка – поиск делителя, но не наибольшего. Несколько строчек в таблице неверных ответов соответствуют найденным кратным вместо делителя.

Пример 4.4. Процент выполнения — 85.

Вставь пропущенное число в окошко так, чтобы равенство стало верным.

$$12 \cdot 4 = 6 \cdot \square$$

Ответ: 8.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
4%	48
2%	2
1%	4
1%	7
1%	3

Данное задание оказалось существенно проще для участников исследования по сравнению со своим аналогом с делением. Однако и в этом примере ошибки свидетельствуют скорее об общем непонимании условия.

Задания на нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного оказались достаточно сложными для четвероклассников. С одной стороны, таких понятий нет в программе начальной школы; с другой – большое количество ошибок связано с неверным прочтением условия: были найдены делитель вместо кратного или кратное вместо делителя.

С заданиями на нахождение неизвестного компонента действия участники исследования справились лучше, однако не совсем стандартная формулировка этого задания (действий было два, а не одно) выявила существенную долю тех, кто вообще не понял смысл задания и не стал выполнять простейшую проверку.

В качестве рекомендации представляется важным отметить следующее. Понимание свойств натуральных чисел, в том числе уверенное владение

понятием делимости, является важным условием дальнейшего успешного освоения курса математики, поэтому на уроках в начальной школе рекомендуется уделять большое внимание выполнению заданий на делимость, в том числе проверку делимости без использования признаков делимости, поиск делителей, представление чисел в виде произведения нескольких делителей и т.п. Также рекомендуется систематически выполнять задания на поиск неизвестного компонента действия, поскольку это развивает у обучающихся навыки самоконтроля, умение проверять найденное решение.

Кроме того, для формирования навыков самоконтроля при выполнении арифметических действий важно развивать у обучающихся чувство числа, умение приводить примеры чисел, удовлетворяющих различным условиям. Этот навык важен еще и потому, что конструирование примеров и контрпримеров лежит в основе логики и часто бывает необходимо не только при изучении математики, но и при изучении других учебных предметов, а также в практической деятельности. Необходимо как можно чаще решать на уроках такие задачи, например: вместо «Сложите 642 и 246» – «Придумайте два трехзначных числа, в каждом из которых все цифры различные и четные, а затем сложите придуманные числа»; вместо «Какое число нужно прибавить к 91, чтобы получить 100?» – «Существует ли такая цифра, при прибавлении которой к 91 получается трехзначное число?».

Разумеется, задачи такого типа следует давать на стадии закрепления материала, когда базовые умения уже отработаны.

Линия 5

В заданиях данной линии проверялось умение использовать начальные математические знания для описания окружающих предметов, а также оценки их количественных и пространственных отношений.

Пример 5.1. Процент выполнения — 56.

Из полного кувшина с водой налили воду в стакан, в результате чего воды в кувшине стало меньше. Как ты думаешь, сколько ещё стаканов можно наполнить оставшейся в кувшине водой?



Ответ: 3; 4.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
22%	2
10%	1
5%	5

Часто встречающийся ответ 2, вероятно, возник при сравнении высоты стакана и уровня воды, оставшейся в кувшине, хотя стакан имеет меньший диаметр, а уровень воды в кувшине больше чем вдвое превышает уровень воды в стакане. Однако можно было сравнивать оставшееся в кувшине количество воды и пустую часть кувшина, образовавшуюся после выливания воды в стакан.

Пример 5.2. Процент выполнения — 76.

От торта отрезали три одинаковых куска. Как ты думаешь, на сколько таких же кусков можно разрезать оставшуюся часть торта?



Ответ: 6; 7; 8; 9.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
8%	5
4%	12
3%	10
2%	4
1%	3

Возможно, ответ 5 получили те, кто пытался посчитать количество целых розочек на оставшейся части торта. Ответ 12, скорее всего, был дан в результате невнимательного прочтения условия: разрезалась не оставшаяся часть торта, а весь торт. Ответ 10, видимо, свидетельствует о неточной оценке.

Пример 5.3. Процент выполнения — 83.

При оклейке комнаты обоями на одну из стен наклеили только два куска обоев. Как ты думаешь, сколько ещё таких же кусков обоев потребуется, чтобы оклеить ими оставшуюся часть стены?



Ответ: 3; 4.

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
8%	2
1%	6
1%	5
1%	1
1%	8

Ответы 2 и 1 являются следствием неточной оценки. Ответы 6 и 5, вероятно, даны вследствие невнимательного прочтения условия: оценивалось количество кусков обоев для оклейки не оставшейся части стены, а всей стены. Аналогично, ответ 8, скорее всего, относится к оклейке всех трех видимых стен, точнее, изображенных частей этих стен.

Результаты выполнения заданий этой линии свидетельствуют о наличии затруднений при выполнении заданий, связанных с оценкой размеров реальных объектов. Проще всего оказалось оценить линейные размеры (длину участка стены без обоев). Вызвало затруднение определение объема тела (торта). Сложнее всего было сравнить объем жидкости в стакане и кувшине.

Можно рекомендовать чаще обращаться на уроках к реальным значениям величин и их оценке, поскольку это формирует у обучающихся внимание к числовым данным, умение проверять правильность ответа, полученного при решении задачи.

Очень важно развивать у учеников навык прикидки верного ответа. Скажем, если ребенок складывает 113 и 107, он должен понимать, что ответ 1286, равно как и 562, получиться никак не может. При этом необязательно заставлять детей делать проверку своих выкладок, гораздо важнее выработать навык быстрой прикидки. Этот навык можно развивать не только при решении примеров на вычисления, но и при рассмотрении реальных задач: «Сколько примерно рулонов обоев

понадобится, чтобы оклеить комнату?»; «Какова примерная высота соседнего дома?»; «Сколько примерно клеточек на странице Вашей тетради?» и т.д. При желании можно давать варианты ответа на вопрос, из которых все, кроме одного, будут заведомо неверные. Например: «Каков примерно средний рост взрослого жирафа?»
1) 1 м; 2) 4 м; 3) 40 м; 4) 100 м».

Линия 6

В заданиях этой линии проверялось умение работать с таблицами и диаграммами. Для проверки первых двух утверждений необходимо было определить содержимое конкретных ячеек таблицы. Выявление верного утверждения среди остальных двух вариантов требовало внимательного просмотра всей таблицы по столбцам и запоминания информации, полученной при просмотре каждого столбца.

Пример 6.1. Полностью верно выполнили это задание 62% участников, еще 18% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Ниже приведён фрагмент программы познавательного телеканала для детей.

Время	Четверг	Пятница	Суббота
17:00	Профессия	Мир кошек	Моря и океаны
17:30	Планета вкусов	Моря и океаны	Мир кошек
18:00	Моря и океаны	Города мира	Профессия
18:30	Города мира	Профессия	Города мира
19:00	Далёкие звёзды	Планета вкусов	Планета вкусов

Пользуясь таблицей, выбери верные утверждения.

- 1) В субботу в 17:30 начинается передача «Мир кошек».
- 2) В пятницу и субботу в 18:30 начинаются передачи с одинаковым названием.
- 3) В каждый из этих трёх дней передача «Моря и океаны» идёт раньше передачи «Города мира».
- 4) В каждый из этих трёх дней передачи «Профессия» и «Планета вкусов» являются соседними в программе

В ответе запиши номера верных утверждений.

Ответ:

1	3
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка):

Доля участников	Ответ
11%	1
4%	134
3%	123
4%	3

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
4%	14
4%	3
3%	12
2%	2

Верное утверждение 1 включили в свой ответ более 87% участников исследования, а верное утверждение 3 – около 77%. Неверное утверждение 2, так же как и неверное утверждение 4, указали в качестве верного около 8% участников.

Пример 6.2. Полностью верно выполнили это задание 69% участников, еще 20% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Ниже приведено расписание уроков на три дня.

	Понедельник	Вторник	Среда
1-й урок	Русский язык	Английский язык	Английский язык
2-й урок	Литература	Математика	Литература
3-й урок	Музыка	Русский язык	Русский язык
4-й урок	Математика	Литература	Математика
5-й урок	История	Ритмика	История

Пользуясь таблицей, выбери верные утверждения.

- 1) Во вторник 4-й урок — литература.
- 2) В понедельник и во вторник 5-е уроки одинаковые.
- 3) В каждый из этих трёх дней урок математики проводится позже урока русского языка.
- 4) В каждый из этих трёх дней уроки русского языка и литературы являются соседними в расписании.

В ответе запиши номера верных утверждений.

Ответ:

1	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка):

Доля участников	Ответ
15%	1
4%	4
2%	134

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
2%	13
2%	12
1%	2
1%	3
1%	124

В этом задании верное утверждение 1 выбрали 91% участников исследования, а верное утверждение 4 – 76%.

Пример 6.3. Полностью верно выполнили это задание 50% участников, еще 31% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Ниже приведены данные за три года о количестве дождливых дней в июне – октябре в посёлке Сосновое.

Месяц	2012 год	2013 год	2014 год
Июнь	7	5	6
Июль	3	2	3
Август	5	6	5
Сентябрь	7	9	6
Октябрь	10	8	10

Пользуясь таблицей, выбери верные утверждения.

- 1) В августе и сентябре 2013 года было одинаковое количество дождливых дней.
- 2) В сентябре 2014 года было шесть дождливых дней.
- 3) В каждом из этих годов в июле было меньше дождливых дней, чем в другие месяцы.
- 4) В каждом из этих годов в октябре было больше дождливых дней, чем в сентябре.

В ответе запиши номера верных утверждений.

Ответ:

2	3
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка):

Доля участников	Ответ
19%	234
7%	2
5%	3

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
6%	24
4%	34
3%	4
1%	1

В этом задании верное утверждение 2 выбрали 82% участников исследования, а верное утверждение 3 – 78%.

В каждом из приведенных примеров поиск верных среди первых двух утверждений был несколько более успешен, чем среди следующих двух, различия составляют от 4% до 15%.

Наиболее успешно участники исследования справились со вторым из трех приведенных примеров, что, по-видимому, обусловлено привычностью данных в таблице (расписание уроков). Хуже всего из трех данных примеров выполнено задание с

числовыми данными, однако обращает на себя внимание высокая доля однотипных ошибок в этом задании: 19% участников наряду с верными утверждениями указали и утверждение 4 – о ежегодном превышении количества дождливых дней в октябре по сравнению с сентябрем. Вероятно, ошибка возникла из-за того, что школьники доверились своему привычному представлению об осенней погоде, невнимательно изучив данные в таблице.

Можно констатировать уверенное владение обучающимися навыками работы с табличной информацией. Однако и в этом случае целесообразно отметить необходимость постоянного развития навыков самоконтроля у обучающихся.

Линия 7

В заданиях этой линии проверялось овладение обучающимися основами логического и алгоритмического мышления.

Пример 7.1. Полностью верно выполнили это задание 37% участников, еще 38% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Андрей ходит на каток каждое воскресенье, а в другие дни не ходит.
Выбери верные утверждения.

- 1) Если Андрей ходил сегодня на каток, то сегодня воскресенье.
- 2) Если Андрей не ходил сегодня на каток, значит, сегодня четверг.
- 3) Если вчера была среда, то Андрей вчера не ходил на каток.
- 4) Если сегодня не понедельник, то Андрей сегодня идёт на каток.

В ответе запиши номера выбранных утверждений.

Ответ:

1	3
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка):

Доля участников	Ответ
22%	123
14%	1
2%	3

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
6%	14
3%	4
3%	134
3%	12

12% участников исследования посчитали верным утверждение 4, которое на самом деле является примером довольно распространенной логической ошибки. Еще 14% указали только одно из верных утверждений, не обнаружив второго.

Пример 7.2. Полностью верно выполнили это задание 53% участников, еще 32% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

В семье Даниловых пятеро детей: три мальчика и две девочки.
Выбери верные утверждения.

- 1) Большинство детей в семье Даниловых – девочки.
- 2) В семье Даниловых не меньше двух детей – мальчики.
- 3) У каждого мальчика в семье Даниловых есть три брата.
- 4) У каждой девочки в семье Даниловых братьев больше, чем сестёр.

В ответе запиши номера выбранных утверждений.

Ответ:

2	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка):

Доля участников	Ответ
27%	4
3%	2
1%	234

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
9%	34
2%	3
1%	23

В этом задании 27% участников выбрали только один из правильных ответов, что, вероятно, связано с неверным толкованием «не меньше», в частности того, что 3 не меньше 2. Это может быть также связано с невнимательным прочтением самого утверждения и «потерей» частицы «не».

Более 13% участников посчитали, что если в семье три мальчика, то у каждого мальчика есть три брата.

Пример 7.3. Полностью верно выполнили это задание 42% участников, еще 32% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Петя, Маша и Вася ели пирожки. Известно, что Петя съел больше пирожков, чем Маша, а Вася съел меньше пирожков, чем Маша.

Выбери верные утверждения.

- 1) Петя съел пирожков больше, чем Вася.
- 2) Маша съела пирожков не меньше, чем Петя.
- 3) Вася съел пирожков больше всех.
- 4) Маша съела пирожков меньше, чем Вася с Петей вместе.

В ответе запиши номера верных утверждений.

Ответ:

1	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка):

Доля участников	Ответ
22%	1
6%	4
4%	124

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
10%	12
4%	2
2%	24
2%	3

В этом задании 22% четвероклассников указали в качестве верного только одно утверждение. При этом, чтобы установить истинность второго верного утверждения, требовалось понять, что если Петя съел больше Маши, то Маша съела меньше Пети, а тем более – меньше, чем Петя и Вася вместе.

Пример 7.4. Полностью верно выполнили это задание 25% участников, еще 42% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

На уроке физкультуры учитель попросил всех мальчиков, чья фамилия начинается на букву «П», выйти из строя, чтобы составить футбольную команду.

Выбери верные утверждения.

- 1) Васе Петрову нужно выйти из строя.
- 2) Паше Иванову нужно выйти из строя.
- 3) Полине Панкратовой не нужно выходить из строя.
- 4) Серёже Павлову не нужно выходить из строя.

В ответе запиши номера выбранных утверждений.

Ответ:

1	3
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка):

Доля участников	Ответ
23%	1
16%	134
3%	3
1%	123

Типичные неверные ответы:

Доля участников	Ответ
19%	14
3%	2

2%	12
2%	23
1%	34
1%	4

В этом задании очевидной проблемой стало невнимательное прочтение условия участниками, поскольку только «потерей» частицы «не» при чтении можно объяснить то, что почти половина выполнявших это задание не выбрали верное утверждение 3. И наоборот, около 37% участников включили в правильный ответ неверное утверждение 4.

Результаты выполнения заданий этой линии показывают весьма низкий уровень сформированности навыков проведения логических рассуждений. Вместе с тем большое количество ошибок возникло из-за невнимательного чтения текста.

Умение рассуждать логически является одним из важнейших не только для изучения курса математики и других учебных предметов, но и в повседневной жизни. Поэтому очень важно регулярно включать в учебную работу задания на развитие логического мышления, проводить разбор таких заданий, предлагать ученикам участвовать в проведении рассуждений. Такие задания не требуют знания какого-то специального набора терминов и понятий, но на конкретных примерах могут быть разобраны различные образцы рассуждений и обоснований.

Следует как можно чаще учить ребят рассуждать логически на уроках, логически обосновывать свои утверждения – отвечать на вопрос «Почему?». Особенно эффективно это работает в сочетании с примерами и контрпримерами. «Существуют ли три различных натуральных числа, произведение которых равно 2?» – «Нет». – «А почему?» И здесь ребенку приходится четко обосновывать свою мысль.

Или

«Верно ли то, что не существует прямоугольников с периметром 10?» – «Нет, неверно, так как есть контрпример».

Целесообразно задавать ребятам жизненные вопросы, при ответе на которые требуется логическое рассуждение. Например:

«Если вы решите все задания, то получите „5”». – «Петя получил „5”. Верно ли, что он решил все задания?»

Или

«Все, кто сегодня отвечал, получают „пятерки”». – «Дина получила „четверку”. Отвечала ли она сегодня?»

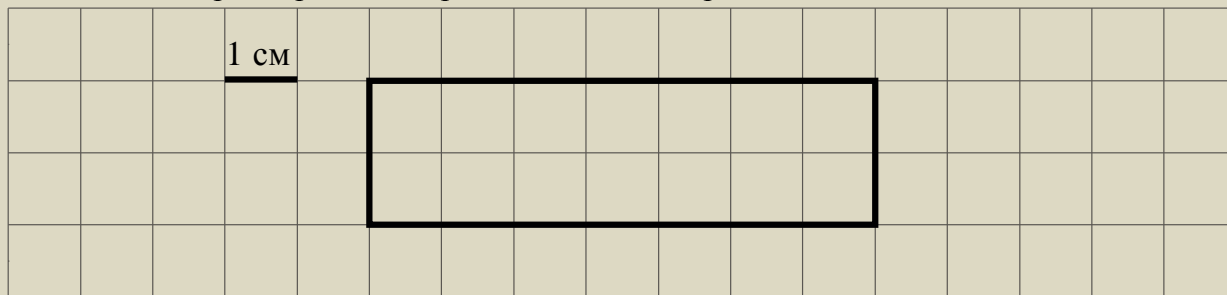
Линия 8

В заданиях этой линии проверялось умение исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры.

Пример 8.1. Полностью верно выполнили это задание 52% участников, еще 17% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

На рисунке изображён прямоугольник.

1) Найди его периметр, если сторона одной клетки равна 1 см.

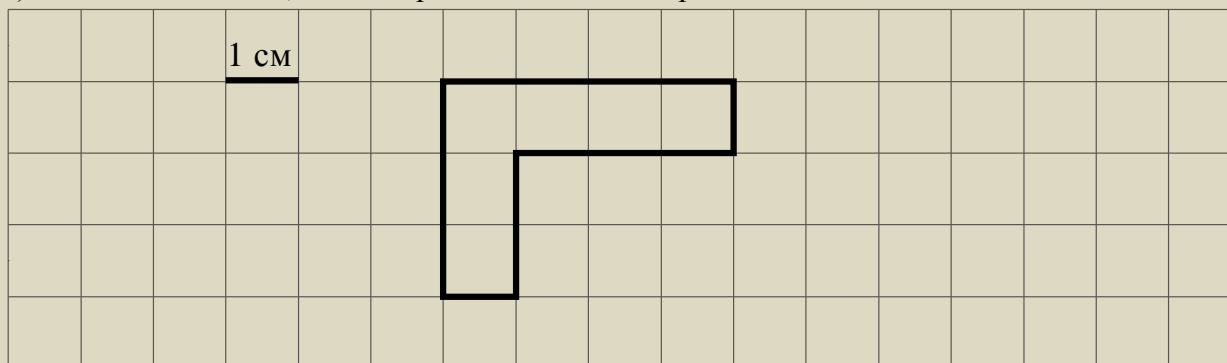


2) Начерти прямоугольник с таким же периметром, но с другими длиной и шириной.

Пример 8.2. Полностью верно выполнили это задание 41% участников, еще 16% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

На рисунке изображена фигура.

1) Найди её площадь, если сторона одной клетки равна 1 см.

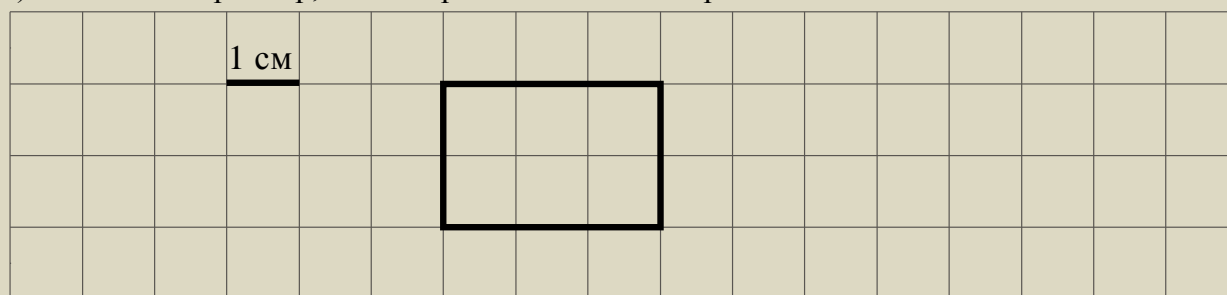


2) Начерти прямоугольник с такой же площадью.

Пример 8.3. Полностью верно выполнили это задание 45% участников, еще 28% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

На рисунке изображён прямоугольник.

1) Найди его периметр, если сторона одной клетки равна 1 см.

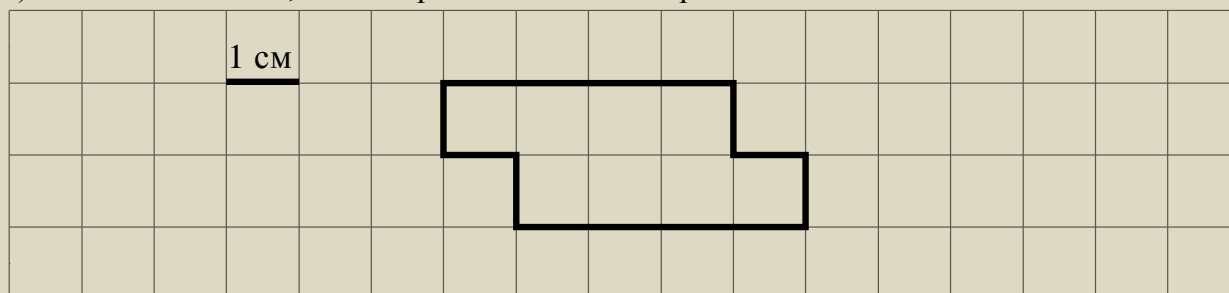


2) Начерти прямоугольник, периметр которого на 6 см больше.

Пример 8.4. Полностью верно выполнили это задание 52% участников, еще 16% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

На рисунке изображена фигура.

1) Найди её площадь, если сторона одной клетки равна 1 см.



2) Начерти прямоугольник с такой же площадью.

Результаты выполнения отдельных частей каждого из четырех примеров приведены в таблице ниже.

Результат	Доля участников (в %)			
	Пример 8.1	Пример 8.2	Пример 8.3	Пример 8.4
Ответ на первый вопрос не получен	2	3	2	3
Ответ на первый вопрос неверный	33	44	34	35
Ответ на первый вопрос верный	65	53	64	62
Прямоугольник не изображен	4	3	4	3
Прямоугольник изображен неверно	38	50	41	37
Прямоугольник изображен верно	58	47	55	60
Набравших 2 балла за задание	52	41	45	52
Набравших 1 балл за задание	17	16	28	16

Эти данные показывают, что первый и четвертый из приведенных примеров имеют схожие проценты выполнения в каждой из частей. Во втором примере ниже, чем в остальных, процент выполнения первого пункта – нахождения площади непрямоугольной фигуры, из-за этого более низкий процент выполнения второго пункта (если площадь посчитана неверно, то и прямоугольник такой площади изображен неверно) и общий процент набравших 2 балла.

В третьем примере выполнение первого пункта находится на одном уровне с первым и четвертым примерами, а выполнение второго пункта – ниже (требовалось построить прямоугольник, периметр которого отличается от периметра исходного на заданную величину).

Можно констатировать стабильное усвоение четвероклассниками стандартных умений – вычисление площади и периметра прямоугольника – и не очень уверенное владение навыками построения прямоугольника с заданными площадью или периметром.

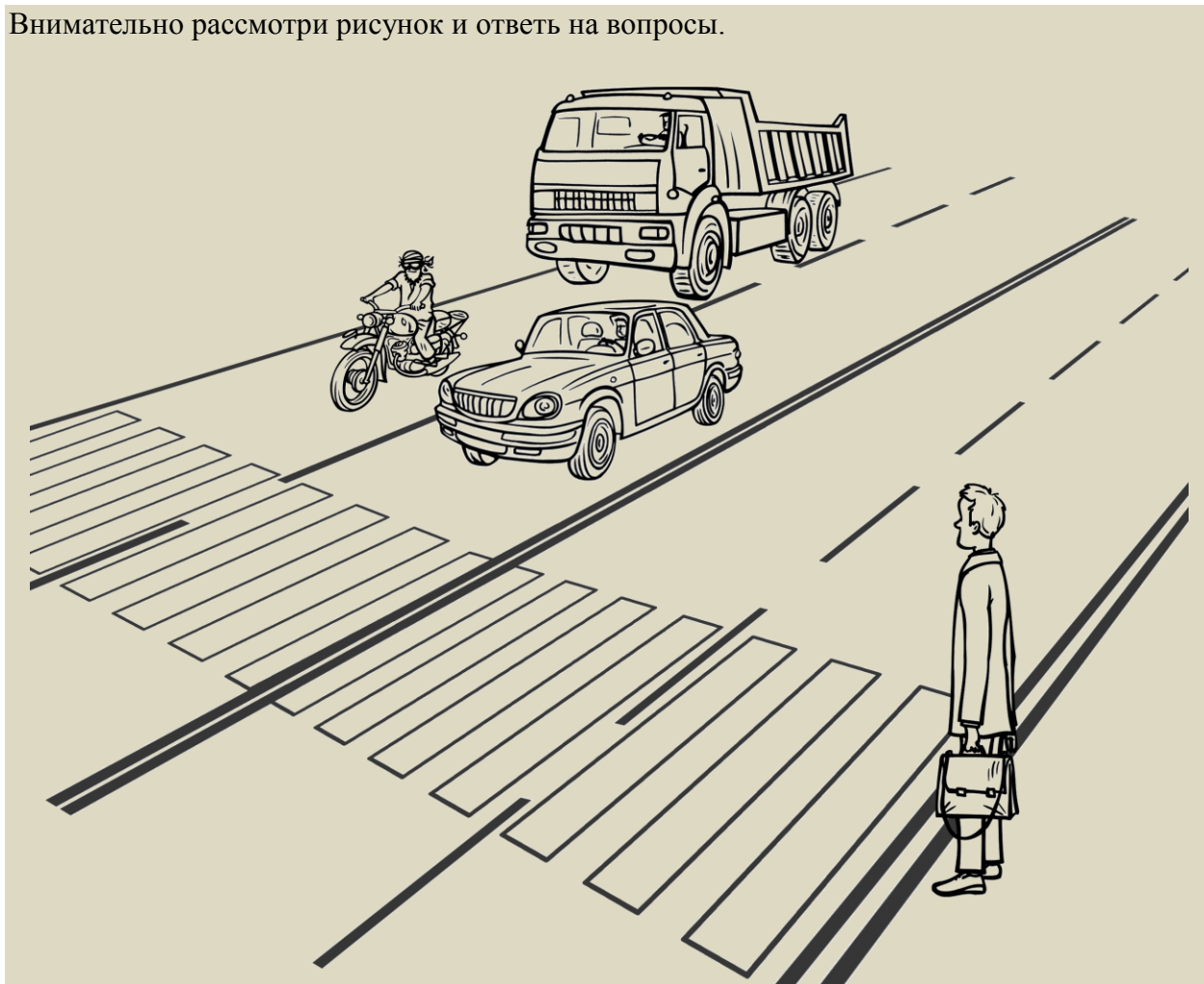
Необходимо отметить, однако, что цели изучения геометрии в школьном курсе математики не должны сводиться к освоению определенного спектра стандартных формул и приобретению умения применить эти формулы в стандартной ситуации. Важными с точки зрения практического применения результатов обучения являются навыки геометрического конструирования, умение видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры. Поэтому рекомендуется уделять на уроках в начальной школе больше внимания построению фигур (в том числе на клетчатом листе), нахождению площади фигур нестандартной формы путем разбиения на части, нахождению периметра нестандартных фигур.

Линия 9

В заданиях этой линии проверялось умение использовать начальные математические знания для описания окружающих предметов, а также оценки их количественных и пространственных отношений.

Пример 9.1. Полностью верно выполнили это задание 73% участников, еще 24% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Внимательно рассмотрите рисунок и ответьте на вопросы.



- 1) Грузовик находится впереди или позади мотоциклиста?
- 2) Что ближе к пешеходу – грузовик или легковой автомобиль?
- 3) Мотоциклист видит легковой автомобиль слева или справа от себя?

Участники исследования успешно справились с заданиями этой линии. Доля правильно ответивших на вопросы, касающиеся расположения объектов на дороге ближе или дальше друг от друга либо сравнения высоты объектов, составила в среднем 97%.

Пункты, в которых надо было определить, справа или слева от человека расположен тот или иной объект, выполнялись в среднем 86% участников.

Тем не менее весьма важно расширять пространственные представления обучающихся в начальной школе, давая им задания, связанные с простейшим анализом расположения объектов в пространстве.

Линия 10

В заданиях этой линии проверялось умение работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные. В частности, в трех из приведенных ниже примерах необходимо было сначала считать информацию, представленную в виде столбчатой или линейчатой диаграммы (в условии задания такие термины не использованы), затем достроить диаграмму, представив на ней дополнительные числовые данные, и после этого сформулировать вывод о характере изменения данных. В одном из примеров необходимо было найти сумму всех значений, изображаемых линейчатой диаграммой. При этом характер изменения данных в первых двух заданиях менялся (с увеличения на уменьшение или наоборот), а в других двух примерах не менялся (только убывание или только возрастание).

Пример 10.1. Полностью верно выполнили это задание 29% участников, еще 41% получили за него 2 балла, и еще 21% получили 1 балл.

Павел получал поздравления с днём рождения от своих друзей в виде сообщений по мобильному телефону. Он решил посчитать количество приходящих за каждый час сообщений начиная с 9:00. Результаты он изобразил в виде прямоугольников шириной в одну клетку. Длина прямоугольника обозначает количество сообщений: одна клетка – одно сообщение. Павел изобразил количество сообщений за первые три часа.



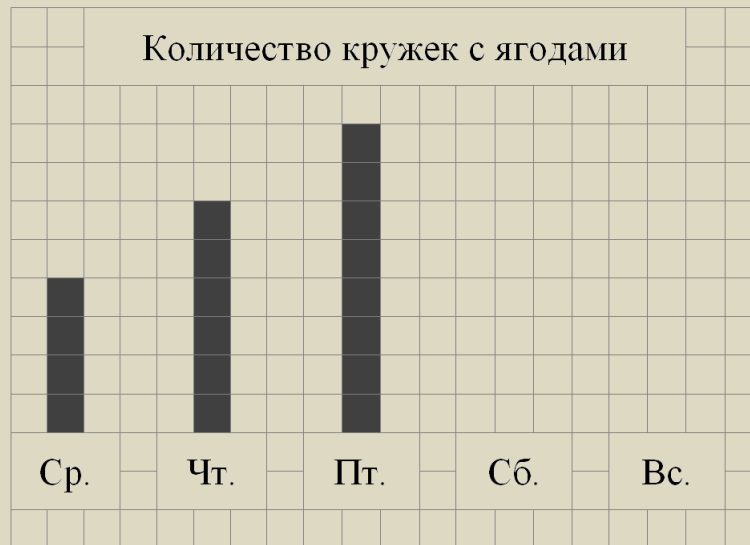
- 1) Сколько сообщений пришло с 10:00 до 11:00?
- 2) С 12:00 до 13:00 пришло шесть сообщений, а с 13:00 до 14:00 – ещё семь. Изобрази на рисунке прямоугольниками количество сообщений, пришедших с 12:00 до 13:00 и с 13:00 до 14:00. Ширина каждого прямоугольника должна быть равна одной клетке, а длина в клетках – количеству пришедших сообщений.
- 3) Сделай вывод о том, как менялось количество приходящих сообщений с 9:00 до 14:00. Запиши свой вывод одним предложением.

Пример 10.2. Полностью верно выполнили это задание 39% участников, еще 44% получили за него 2 балла, и еще 12% получили 1 балл.

Лена каждый день со среды по воскресенье собирала с куста смородины спелые ягоды. Количество собранных за день кружков с ягодами Лена изображала в виде столбиков

шириной в одну клетку. Высота столбика обозначает количество собранных кружеч: одна клетка – одна кружка.

Лена успела нарисовать столбики за среду, четверг и пятницу.



1) Сколько кружеч с ягодами Лена собрала в четверг?

2) В субботу Лена собрала семь кружеч с ягодами, а в воскресенье – пять. Изобрази на рисунке столбиками количество собранных ягод в субботу и воскресенье. Ширина каждого столбика должна быть равна одной клетке, а высота в клетках – количеству собранных кружеч с ягодами.

3) Сделай вывод о том, как менялось количество собранных ягод со среды по воскресенье. Запиши свой вывод одним предложением.

Пример 10.3. Полностью верно выполнили это задание 78% участников, еще 10% получили за него 2 балла, и еще 8% получили 1 балл.

Витя следил за игрой любимой футбольной команды. После каждой игры он отмечал крестиками количество забитых командой голов: один крестик – один гол. Витя поставил крестики за первые три игры.

Количество забитых голов

1-я игра	X								
2-я игра	X	X							
3-я игра	X	X	X						
4-я игра									
5-я игра									

- 1) Сколько голов любимая команда Вити забила в третьей игре?
- 2) В четвёртой игре команда забила пять голов, а в пятой – шесть. Изобрази количество голов крестиками на рисунке.
- 3) Сколько всего голов забила любимая команда Вити в пяти играх?

Пример 10.4. Полностью верно выполнили это задание 43% участников, еще 37% получили за него 2 балла, и еще 11% получили 1 балл.

Учительница попросила Диму каждый день отмечать число отсутствующих на уроках в классе детей. Результаты за понедельник, вторник и среду он изобразил в виде столбиков высотой в одну клетку. Высота столбика обозначает число отсутствующих: одна клетка – один человек.



- 1) Сколько человек отсутствовало в классе во вторник?
- 2) В четверг отсутствовало четыре человека, а в пятницу – два. Изобрази на рисунке столбиками число отсутствующих в четверг и пятницу. Ширина каждого столбика должна быть равна одной клетке, а высота в клетках – числу отсутствующих.
- 3) Сделай вывод о том, как менялось число отсутствующих в классе с понедельника по пятницу. Запиши свой вывод одним предложением.

Результат	Доля участников (в %)			
	Пример 10.1	Пример 10.2	Пример 10.3	Пример 10.4
Ответ в первом пункте верный	87	93	94	89
Ответ во втором пункте верный	72	85	89	80
Ответ в третьем пункте верный	35	42	83	47
Получивших 1 балл	21	12	8	11
Получивших 2 балла	41	44	10	37
Получивших 3 балла	29	39	78	43

Анализ приведенных результатов показывает, что четвероклассники успешно справились с первым и вторым пунктами задания: проценты выполнения первого пункта (считывание информации с диаграммы) – от 87 до 94; проценты выполнения второго пункта (дистраивание диаграммы по имеющимся числовым данным) чуть ниже, но тоже высокие – от 72 до 89. Третий пункт задания был наиболее успешно выполнен только в

примере, в котором требовалось найти сумму всех значений по столбцам диаграммы (83%). В заданиях, в которых требовалось описать характер изменений, этот пункт успешно выполнили существенно меньше участников: 35% и 42% – в заданиях, где характер изменения данных менялся с увеличения на уменьшение или наоборот, и 47% – в задании, где имелось постоянное уменьшение. Таким образом, свыше трети обучающихся смогли описать характер изменения данных как в случае монотонных изменений, так и при меняющемся характере изменений.

Необходимо также отметить, что доля участников исследования, успешно справившихся с третьим пунктом заданий, несколько ниже доли участников, получивших максимальный балл (т.е. определенная доля обучающихся выполнили пункт 3 и не выполнили пункт 1 или 2). Это свидетельствует о том, что эти обучающиеся имеют некоторые навыки формулирования аналитических выводов, но при этом не справляются с простейшими пунктами – считывание информации с диаграммы или представление данных на диаграмме. Причем ошибки были незначительными, что позволило тем, кто их совершил, сформулировать правильные аналитические выводы.

Этот результат показывает, что тема анализа и интерпретации данных полезна для четвероклассников и, в силу ее важности для прикладного использования при изучении различных предметов в основной школе и в повседневной жизни, целесообразно больше времени уделять работе с числовыми данными, полученными на практике, при проведении опытов и экспериментов, при наблюдении за погодой и т.п.

Результаты выполнения данного задания еще раз свидетельствуют о необходимости всестороннего развития навыков самоконтроля и повышения внимательности у обучающихся в начальной школе.

Линия 11

В заданиях этой линии проверялось умение применять математические знания для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, умение решать текстовые задачи.

Пример 11.1. Полностью верно выполнили это задание 50% участников, еще 26% получили за него 1 балл.

У Татьяны есть список продуктов, которые ей нужно купить:

Масло — 1 пачка

Сахар — 1 кг

Яблоки — 2 кг

Хлеб белый — 2 батона

Сколько сдачи она получит с 500 рублей, если пачка масла стоит 60 рублей, а килограмм яблок – 80 рублей, батон хлеба – 25 рублей, а килограмм сахара – 48 рублей?

Пример 11.2. Полностью верно выполнили это задание 43% участников, еще 23% получили за него 1 балл.

У Пети есть 400 рублей, и ему нужно купить три стаканчика йогурта и две пачки масла (см. рисунок). Петя решил на все оставшиеся деньги купить булочки. Сколько булочек он сможет купить? Сколько сдачи он получит в итоге?



Пример 11.3. Полностью верно выполнили это задание 75% участников, еще 15% получили за него 1 балл.

Настя пришла в школьную столовую пообедать, у неё с собой есть 80 рублей. В столовой висит меню:

Блюда	Цена
<i>Первые:</i>	
Суп овощной	20 рублей
Суп куриный	34 рубля
<i>Вторые:</i>	
Котлета куриная с макаронами	45 рублей
Мясо с гречкой	55 рублей
Плов	48 рублей
<i>Третьи:</i>	
Компот	10 рублей
Морс	12 рублей

Выбери обед из трёх блюд (первое, второе и третье), который может купить Настя. В ответе укажи названия блюд и стоимость обеда.

Достаточно указать один любой из возможных вариантов.

Пример 11.4. Полностью верно выполнили это задание 38% участников, еще 28% получили за него 1 балл.

Ниже приведены цены на некоторые спорттовары в двух спортивных магазинах.

1-й магазин	2-й магазин
Мячик для пинг-понга – 12 руб.	Мячик для пинг-понга – 15 руб.
Ракетка для пинг-понга – 260 руб.	Ракетка для пинг-понга – 280 руб.

Футбольный мяч – 1000 руб.	Футбольный мяч – 950 руб.
Теннисный мячик – 100 руб.	Волейбольный мяч – 800 руб.
Волейбольный мяч – 800 руб.	Набор для бадминтона – 1400 руб.
Набор для бадминтона – 1500 руб.	

В школу нужно купить: футбольный мяч, ракетку для пинг-понга и шесть мячиков для пинг-понга. В каком магазине дешевле будет стоять такая покупка? Какова её стоимость?

Результаты выполнения заданий представлены в таблице (каждому примеру соответствует отдельный столбец).

Результат	Доля участников (в %)			
	Пример 11.1	Пример 11.2	Пример 11.3	Пример 11.4
Решение отсутствует (0 баллов)	3	4	1	5
Неверные рассуждения, ошибки в преобразованиях (0 баллов)	21	30	7	29
Неполное решение, верный ответ (1 балл)	1	3	5	9
Решение с одной арифметической ошибкой, не нарушающей логики (1 балл)	12	16	2	11
Неверное считывание условия, не повлиявшее на общую логику рассуждений, ответ соответствует рассуждениям (1 балл)	13	4	9	8
Полное решение, верный ответ (2 балла)	50	43	76	38

Анализ результатов показывает, что основные потери баллов были обусловлены неверными рассуждениями или ошибками в преобразованиях. В третьем примере все блюда были в таблице одно под другим. Кроме того, все блюда входили в подбираемый комплект по одному разу, так что цены надо было только складывать. Вероятно, именно поэтому данное задание было выполнено наиболее успешно.

В первом примере покупаемые предметы и их количества были уже в условии задания выписаны в столбик, так что для составления правильного выражения можно было переписать этот столбик, добавив цены. К тому же цены были указаны в условии числами, а не словами. По-видимому, этим объясняется то, что в данном задании меньше ошибок в рассуждениях и преобразованиях, чем во втором и четвертом примерах.

Во втором и четвертом примерах состав покупки был описан в условии полностью словами, включая количественные числительные. Поэтому перевод этого условия в соответствующее выражение вызвал больше сложностей, чем в других приведенных примерах, в результате чего в этих заданиях ошибки в рассуждениях и преобразованиях совершили около 30% участников.

Кроме того, необходимо отметить довольно высокий процент мелких ошибок, не влияющих на ход решения. Здесь также более успешным оказался третий пример, поскольку в нем было только сложение чисел. В остальных примерах от 18% до 25% участников допустили ошибки такого рода.

Таким образом, можно выделить две группы проблем, помешавших успешному выполнению заданий рассматриваемой линии: перевод текстового условия в математическую модель (в данном случае – одно или несколько выражений) и выполнение арифметических действий.

Результаты выполнения данного задания в очередной раз актуализируют вопрос о развитии навыков самоконтроля у обучающихся.

Необходимо также отметить особую важность умения строить математические модели на основе их описания, а также умения переводить информацию из одной формы представления в другую, развитию которых рекомендуется уделять особое внимание на уроках математики в начальной школе.

Большое количество ошибок, особенно в текстовых задачах, связано с тем, что ученики не могут правильно прочитать условие задания. С этой проблемой проще всего «бороться», время от времени давая нестандартные вопросы в стандартных задачах. Например:

вместо «Вычислите $12 + 13$ » можно дать «Вычислите $12 + 13$, а в ответе запишите число, которое на 1 меньше получившегося у вас» или «...полученный ответ запишите теми же цифрами, но в обратном порядке».

Вместо «У Пети было пять яблок. Одно яблоко он отдал сестре Маше. Сколько яблок осталось у Пети?» можно дать «У Пети было пять яблок. Одно яблоко он отдал Маше. На сколько яблок у Пети больше, чем у Маши?».

Линия 12

В заданиях этой линии проверялось умение исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры. Необходимо было не только собрать заданную фигуру из деталей, но и добиться того, чтобы деталей было как можно меньше.

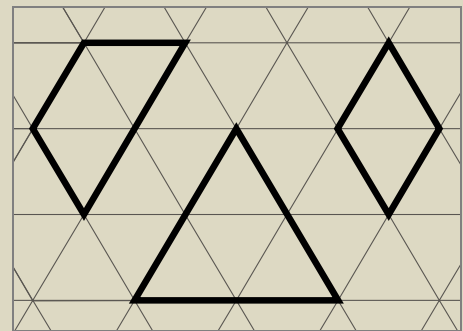
Пример 12.1. Полностью верно выполнили это задание 36% участников, еще 7% получили за него 1 балл.

На рисунке справа даны три детали геометрического конструктора. Составь из них фигуру, изображённую на рисунке ниже. Постарайся использовать при этом как можно меньше деталей. Но обязательно нужно использовать каждую хотя бы один раз.

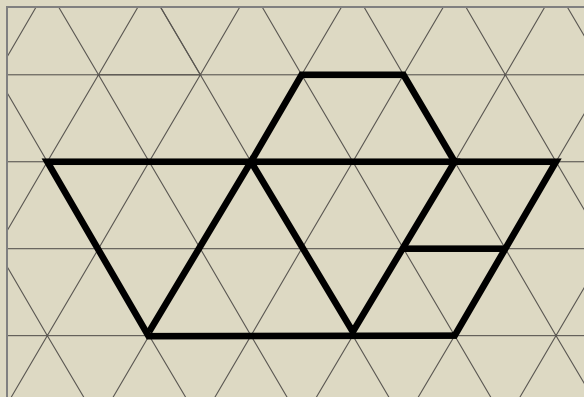
Внутри фигуры проведи линии так, чтобы она вся оказалась составленной из деталей конструктора. Детали можно поворачивать.

Три рисунка можно использовать как черновик.

Детали конструктора



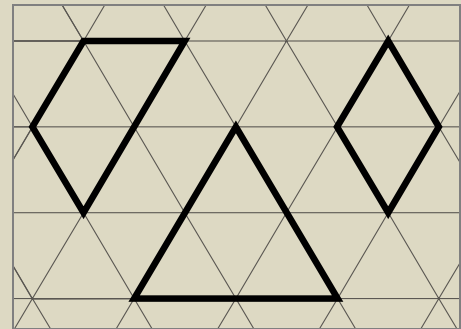
Фигура и верное решение



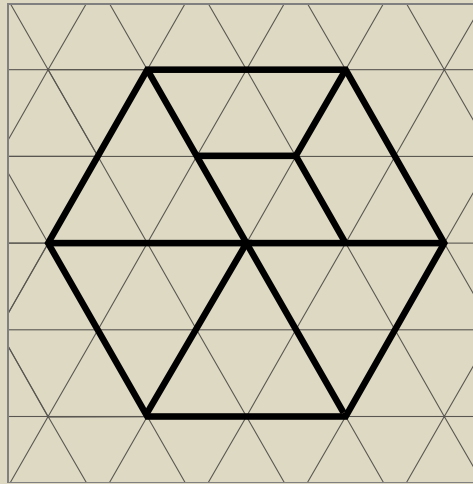
Пример 12.2. Полностью верно выполнили это задание 6% участников, еще 30% получили за него 1 балл.

На рисунке справа даны три детали геометрического конструктора. Составь из них фигуру, изображённую на рисунке ниже. Постарайся использовать при этом как можно меньше деталей. Но обязательно нужно использовать каждую хотя бы один раз. Внутри фигуры проведи линии так, чтобы она вся оказалась составленной из деталей конструктора. Детали можно поворачивать. Три рисунка можно использовать как черновик.

Детали конструктора



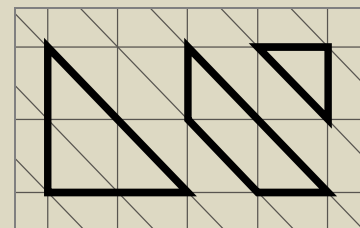
Фигура и верное решение



Пример 12.3. Полностью верно выполнили это задание 22% участников, еще 20% получили за него 1 балл.

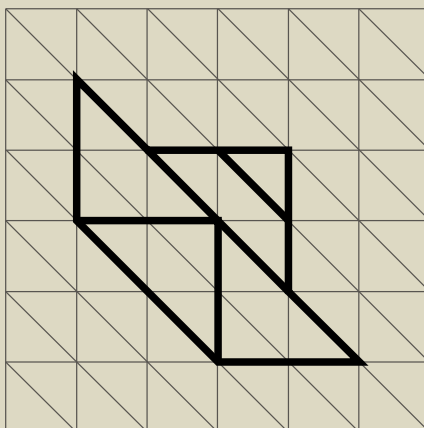
На рисунке справа даны три детали геометрического конструктора. Составь из них фигуру, изображённую на рисунке ниже. Постарайся использовать при этом как можно меньше деталей. Но обязательно нужно использовать каждую хотя бы один раз. Внутри фигуры проведи линии так, чтобы она вся оказалась составленной из деталей конструктора. Детали можно поворачивать.

Детали конструктора



Три рисунка можно использовать как черновик.

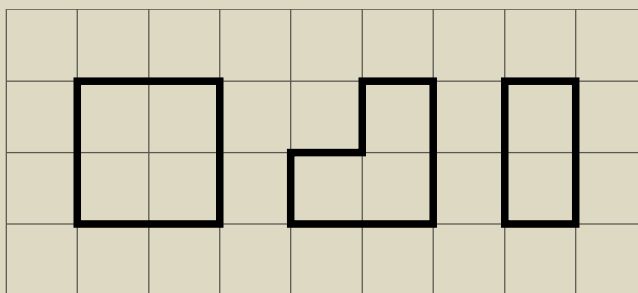
Фигура и верное решение



Пример 12.4. Полностью верно выполнили это задание 42% участников, еще 16% получили за него 1 балл.

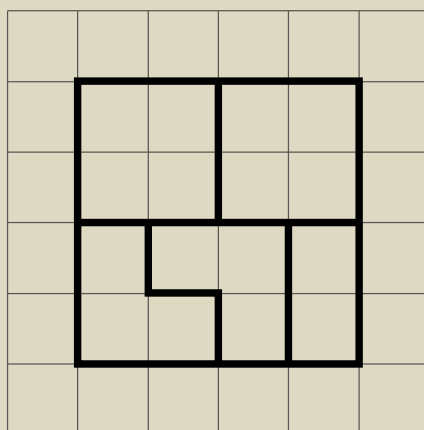
На рисунке справа даны три детали геометрического конструктора. Составь из них фигуру, изображённую на рисунке ниже. Постарайся использовать при этом как можно меньше деталей. Но обязательно нужно использовать каждую хотя бы один раз. Внутри фигуры проведи линии так, чтобы она вся оказалась составленной из деталей конструктора. Детали можно поворачивать.

Детали конструктора



Три рисунка можно использовать как черновик.

Фигура и верное решение



Результат	Доля участников (в %)			
	Пример 12.1	Пример 12.2	Пример 12.3	Пример 12.4
Чертеж неверный (0 баллов)	57	64	58	42
Чертеж верный, деталей больше минимального числа (1 балл)	7	30	20	16
Чертеж верный (2 балла)	36	6	22	42

Анализ результатов выполнения заданий данной линии показывает, что наименьший процент неверных чертежей приходится на четвертый пример, в котором сетка была квадратной. Среди остальных примеров, в которых сетка была треугольной, доля неверно выполненных заданий колеблется от 57% до 63%.

Во втором примере участники исследования хуже всего справились с задачей минимизации количества деталей. Вероятно, это можно объяснить тем, что в этом примере исходная фигура была «крупнее», чем в остальных примерах, т.е. состояла из большего числа ячеек сетки, вследствие чего на ее заполнение требовалось больше деталей и перебор различных вариантов был сложнее.

В целом результаты говорят о том, что у четвероклассников слабо развиты навыки геометрического конструирования, поиска оптимального варианта решения, перебора вариантов.

Геометрии необходимо уделять как можно больше внимания. Речь идет не только о стандартных задачах вроде нахождения периметра или площади прямоугольника, но и о наглядных заданиях, в которых требуется не только вычислять величины по формулам, но и конструировать и исследовать фигуры. К сожалению, нередко ребенок знает много формул, даже сумму углов треугольника, но не может построить прямоугольник с заданным периметром, не понимая, как вообще подступиться к такой задаче. Поэтому рекомендуется предлагать обучающимся следующие задачи.

Построить фигуру с заданными периметром или площадью.

Построить фигуру с периметром или площадью, равными периметру или площади другой заданной фигуры.

Сложить из заданных фигур другую фигуру.

Разрезать исходную фигуру на несколько заданных фигур.

Сравнить периметры или площади фигур, не вычисляя их (можно использовать метод наложения, метод прикидки и т.д.).

Важно систематически давать обучающимся в начальной школе задания, связанные с геометрическим конструированием, поскольку такая деятельность способствует развитию геометрических представлений, навыков перебора вариантов, комбинирования и создает основу для изучения курса планиметрии в основной школе.

Линия 13

В заданиях этой линии проверялось умение применять математические знания для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, умение решать текстовые задачи. Данная линия состояла из заданий повышенного уровня сложности.

Пример 13.1. Полностью верно выполнили это задание 9% участников, еще 11% получили за него 1 балл.

Тимур, Карина и Людмила собирают магниты с картинками. У Тимура в 3 раза меньше магнитов, чем у Карины, и в 2 раза меньше, чем у Людмилы. А вместе у них 120 магнитов. Сколько магнитов у каждого из ребят?

Пример 13.2. Полностью верно выполнили это задание 5% участников, еще 7% получили за него 1 балл.

В «Детском мире» продавали двухколёсные и трёхколёсные велосипеды. Миша пересчитал все рули и все колёса. Получилось 12 рулей и 27 колёс. Сколько трёхколёсных велосипедов продавали в «Детском мире»?

Пример 13.3. Полностью верно выполнили это задание 3% участников, еще 2% получили за него 1 балл.

В многоэтажном доме между каждыми двумя соседними этажами одинаковое количество ступенек. С первого этажа до четвёртого надо пройти 72 ступеньки. Сколько ступенек надо пройти с первого этажа до восьмого?

Пример 13.4. Полностью верно выполнили это задание 14% участников, еще 7% получили за него 1 балл.

Четыре батона хлеба нарезали, и получилось 36 кусков. Сколько всего разрезов было сделано?

Результат	Доля участников (в %)			
	Пример 13.1	Пример 13.2	Пример 13.3	Пример 13.4
Решение отсутствует	17	19	7	5
Неверные рассуждения, ошибки в преобразованиях	63	69	88	74
Неполное решение, верный ответ	8	6	—	5
Решение с одной арифметической ошибкой, не нарушающей логики	1	—	—	1
Неверное считывание условия, не повлиявшее на общую логику рассуждений, ответ соответствует рассуждениям	2	1	2	1
Полное решение, верный ответ	9	5	3	14

Можно констатировать наличие лишь небольшой доли обучающихся, успешно справившихся с заданиями данной линии. Между тем в каждом из приведенных примеров решение могло быть найдено не только путем нахождения идеи решения, но и путем перебора конечного числа вариантов.

Можно рекомендовать при выполнении заданий повышенной сложности рассматривать с обучающимися различные варианты решения, приучая их к поиску решения вместо попыток применить готовый алгоритм.

Другая рекомендация является скорее организационной и относится к развитию системы математического образования. Необходимо уже в начальной школе организовать отдельную работу по поиску и поддержке обучающихся, имеющих математический талант.

Анализ результатов выполнения заданий диагностической работы по проверяемым элементам содержания и проверяемым умениям по математике

Диагностическая работа НИКО по математике содержала 13 заданий, из которых 12 заданий базового уровня. В таблице 1 приведены данные о выполнении заданий диагностической работы по математике по проверяемым элементам содержания и умениям.

Таблица 1

№	Проверяемые элементы содержания и умения	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания	Процент выполнения
1	Умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями	Б	1	90
2	Умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями	Б	1	83
3	Умение применять математические знания для решения учебно-практических задач	Б	1	44
4	Умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями	Б	1	53
5	Умение использовать начальные математические знания для описания окружающих предметов, а также для оценки их количественных и пространственных отношений	Б	1	67
6	Умение работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные	Б	2	72
7	Овладение основами логического и алгоритмического мышления	Б	2	57
8	Умение исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры	Б	2	54
9	Умение использовать начальные математические знания для описания окружающих предметов, а также для оценки их количественных и пространственных отношений	Б	2	89
10	Умение работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные	Б	3	75
11	Умение применять математические знания для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, умение решать текстовые задачи	Б	2	61
12	Умение исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры	Б	2	36
13	Умение применять математические знания для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, умение решать текстовые задачи	П	2	10

У обучающихся хорошо развиты умения: выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями; работать с таблицами и диаграммами; представлять, анализировать и интерпретировать данные; использовать начальные математические знания для описания окружающих предметов, а также для оценки их количественных и пространственных отношений

Результаты исследования показали наличие ряда проблем в математической подготовке обучающихся, в том числе:

- низкий уровень сформированности навыков самоконтроля, включая навыки внимательного прочтения текста задания, сопоставления выполняемых действий с условием задания, предварительной оценки правильности полученного ответа и его проверки;
- слабое развитие навыков проведения логических рассуждений;
- недостаточное развитие у обучающихся важных с точки зрения дальнейшего обучения, а также использования в повседневной жизни умения решать практические задачи;
- крайне низкий уровень сформированности навыков геометрического конструирования, умения анализировать чертеж, видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры. Необходимо отметить, что перечисленные навыки весьма важны для формирования пространственных представлений. Именно поэтому цели изучения геометрии в школьном курсе математики не должны сводиться к освоению определенного спектра стандартных формул и приобретению умения применить эти формулы в стандартных учебных ситуациях.

Анализ влияния уровня владения русским языком на успешность выполнения заданий диагностической работы

В результате сбора контекстной информации среди классов, участвовавших в НИКО, выделены три следующие группы:

- классы, в которых более чем для половины обучающихся русский язык не является родным и ведется изучение родного языка (17,6% участников);
- классы, в которых для некоторых обучающихся русский язык не является родным, но доля этих обучающихся менее четверти и изучение родного языка не ведется (21,1% участников);
- классы, в которых для всех обучающихся русский язык является родным (49,1% участников).

Таким образом, в указанных группах классов по-разному представлены обучающиеся, для которых русский язык не является родным, что позволяет косвенно сравнить результаты таких обучающихся с результатами тех, для кого русский язык является родным.

Участники НИКО, обучающиеся в иных категориях классов, составляют 12,2% выборки и в данном пункте не учитываются.

На рисунке 3 представлены результаты обучающихся в указанных группах классов по отдельным заданиям диагностической работы по математике.

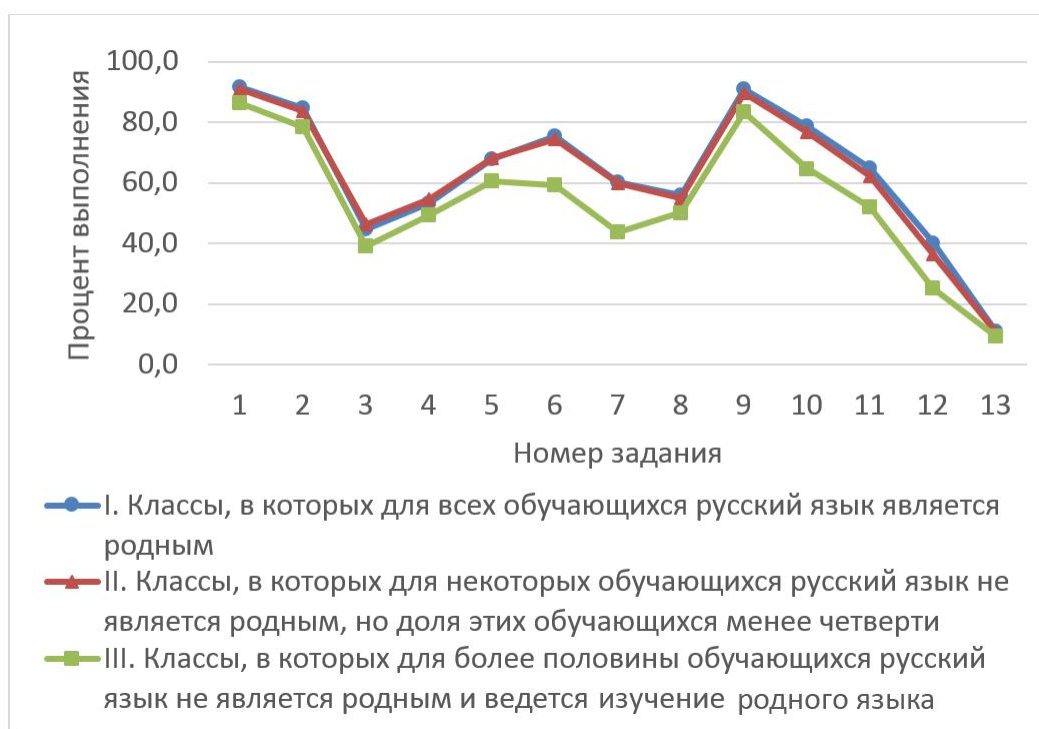


Рисунок 3

Как видно из рисунка, основные различия в выполнении заданий наблюдаются для заданий 6, 7, 10, 11, 12.

Проценты выполнения заданий представлены в таблице 2.

Таблица 2

№	Проверяемые элементы содержания и умения	Проценты выполнения ¹ по группам		
		I	II	III
6	Умение работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные	75,3	74,5	59,2
7	Овладение основами логического и алгоритмического мышления	60,2	59,7	43,7
10	Умение работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные	78,8	76,9	64,7
11	Умение применять математические знания для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, умение решать текстовые задачи	64,7	62,3	52,1
12	Умение исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры	40,2	36,6	25,1

Разница в процентах выполнения, вероятно, может быть объяснена тем, что в указанных заданиях условие имеет практико-ориентированный характер и существенными компонентами решения являются понимание условия, проведение логических рассуждений, построение математической модели, соответствующей описанной практической ситуации.

¹ В заданиях, оцениваемых более чем 1 баллом, – доля суммы всех набранных за задание баллов от максимальной суммы баллов, т.е. от произведения числа участников на максимальный балл за задание.

Полученные результаты показывают целесообразность поддержки дополнительных программ обучения русскому языку в тех регионах, для которых указанный фактор является существенным или превалирующим.

Анализ характеристик групп участников с различным уровнем подготовки

Диагностическая работа по математике содержала задания с кратким ответом и развернутым ответом. В диагностическую работу включены задания, проверяющие математические умения и навыки, необходимые любому человеку в современном обществе, а также необходимые для дальнейшего обучения по программам основного общего образования. Таким образом, в работе проверяется:

- 1) умение использовать начальные математические знания для описания и объяснения окружающих предметов, процессов, явлений, а также для оценки их количественных и пространственных отношений;
- 2) овладение основами логического и алгоритмического мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов;
- 3) приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач;
- 4) умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями, решать текстовые задачи, действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы, исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры, работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные.

На рисунках 4 и 5 для каждого задания с кратким и развернутым ответом представлены средние проценты выполнения участниками НИКО с различным уровнем подготовки.

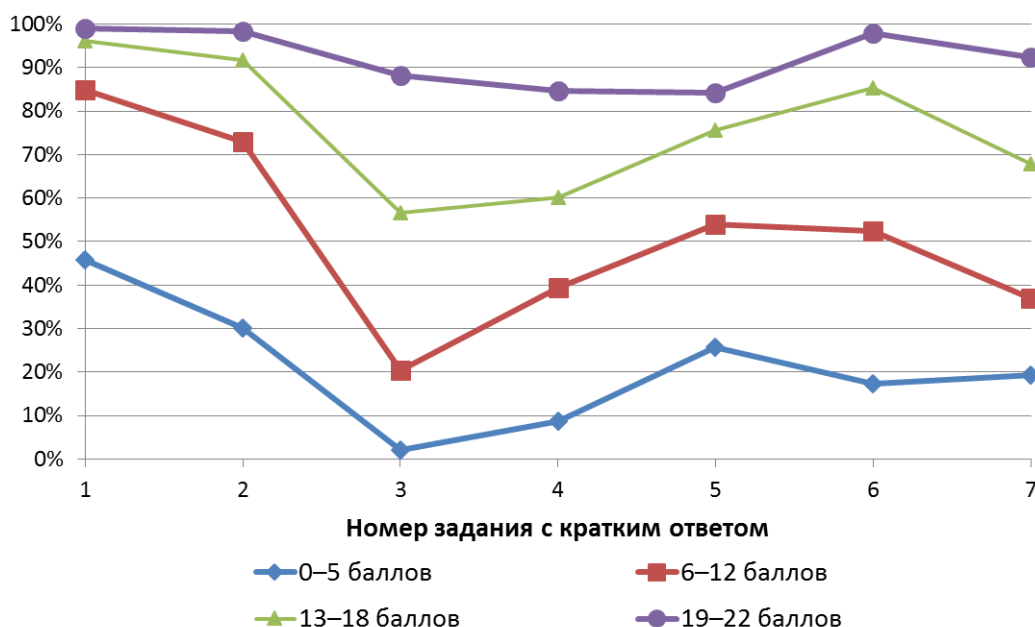


Рисунок 4

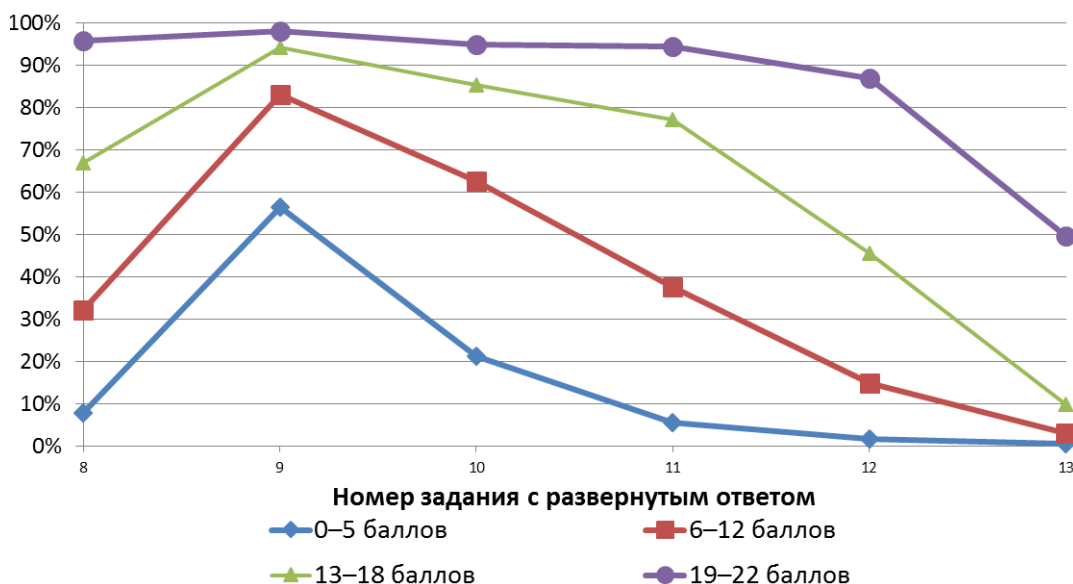


Рисунок 5

Приведенные данные показывают хорошую дифференцирующую способность заданий, как с кратким ответом, так и с развернутым.

Результаты участников НИКО с различным уровнем подготовки свидетельствуют о наличии системных тенденций в освоении различных вопросов программы по математике обучающимися 4 классов. Эти тенденции можно представить в виде таблицы «проблемных зон» (таблица 3).

Таблица 3

№	Проверяемые элементы содержания и умения	Группы участников, получивших отметки			
		«2»	«3»	«4»	«5»
1	Умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями	✓			
2	Умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями	✓			
3	Умение применять математические знания для решения учебно-практических задач	✓	✓	✓	
4	Умение выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями	✓	✓		
5	Умение использовать начальные математические знания для описания окружающих предметов, а также для оценки их количественных и пространственных отношений	✓	✓		
6	Умение работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные	✓			
7	Овладение основами логического и алгоритмического мышления	✓	✓		
8	Умение распознавать и изображать геометрические фигуры	✓	✓		
9	Умение использовать начальные математические знания для описания окружающих предметов, а также для оценки их количественных и пространственных отношений				
10	Умение работать с таблицами и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные	✓			

11	Умение применять математические знания для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, умение решать текстовые задачи	✓	✓		
12	Умение исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры	✓	✓	✓	
13	Умение применять математические знания для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач, умение решать текстовые задачи	✓	✓	✓	✓

Можно констатировать наличие нескольких групп обучающихся с различным уровнем математической подготовки, для каждой из которых характерны свои проблемные зоны.

При работе с обучающимися, имеющими высокий уровень математической подготовки, целесообразно больше внимания уделять выполнению заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п., а также заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности.

При работе с обучающимися, имеющими уровень математической подготовки выше среднего, рекомендуется обратить внимание на выполнение практико-ориентированных заданий, связанных со свойствами объектов и процессов окружающего мира, с реальными бытовыми ситуациями, а также на развитие логического мышления.

При работе с обучающимися, имеющими средний уровень подготовки, представляется важным уделять больше внимания контролю усвоения ими ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе навыков счета, выполнения арифметических действий, решения текстовых задач и т.п.

При работе с обучающимися, имеющими низкий уровень подготовки, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку базовых навыков счета, чтения и понимания учебного математического текста, работы с информацией, представленной в различных формах, а также на усвоение ключевых математических понятий.