

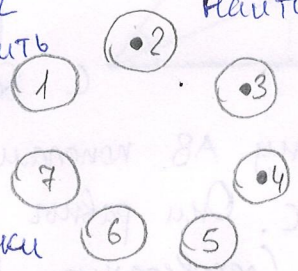
Задача 8.1. 55

Решение: как известно, у любого положительного натурального числа с хотя бы одним нулём в записи наименьшими делителями будут являться числа 1, 2 и 5. Например: 240, 10, 30, 1200, 5000, 8000000 и т.д. Во всех случаях наименьшими делителями, подходящими ко всем числам, будет 1, 2 и 5, а их сумма всегда будет равняться 8. Это значит, что даже при бесконечном числе нулей в записи числа это число будет делиться на 1, 2 и 5, а их сумма будет равна 8. Но наименьшее число, у которого все наименьшие делители - 5, 2, 1, равно десяти. Например, у числа 20, хоть оно и оканчивается на ноль, есть другие делители, которые меньше 5. Это 1, 2 и 4. Поэтому число 10 удовлетворяет всем условиям и  $A = 10$ .

Ответ: число A оканчивается на один ноль.

Задача 8.5. 65

Решение: сделаем рисунок летящих в кругу монет. Известно, что фальшивые монеты легче настоящих, весят одинаково и летят подряд. Они отмечены точкой в центре. Чтобы найти фальшивые монеты, нужно на каждую чашечку весов положить по 3 монеты. Тогда можно быть уверенным, что на одной чашечке хотя бы 2 монеты будут фальшивыми. Главное - класть монеты на чашечки в том порядке, в котором их взяли. Например: на одной чашечке монеты 5, 6, 7; на другой - монеты 1, 2, 3. Рассмотрим 2 случая:



1) Когда на одной чашечке попались 2 фальшивые монеты. В первом взвешивании одна чашечка перевесила другую. Мы точно знаем, что в более лёгкой чашечке есть 2 фальшивые монеты. Чтобы узнать, 2 их в чашечке или 3, можно либо взвесить эти 3 монеты в чашечке между собой, либо оставшуюся монету взвесить с настоящими. Но на оба этих варианта уйдёт хотя бы 2 взвешивания, а всего взвешиваний получится больше 2, поэтому за 2 взвешивания определить все фальшивые монеты мы не сможем.

2) Когда на одной чашечке попались 3 фальшивые монеты.

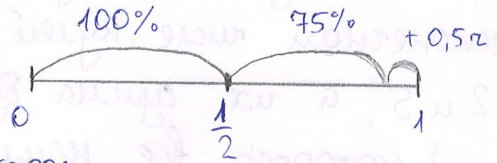
В этом случае первое взвешивание так же уйдёт на определение более лёгкой чашечки. Чтобы определить, сколько в чашечке фальшивых монет, нужно так же взвесить их между собой или оставшуюся монету взвесить с тремя настоящими монетами в более тяжёлой чашечке. Как и в 1 случае, всего на определение всех фальшивых монет потребуются больше 2 взвешивания. Поэтому за 2 действия определить все фальшивые монеты нельзя.

Ответ: нельзя.

Задача 8.3. 45

Решение:

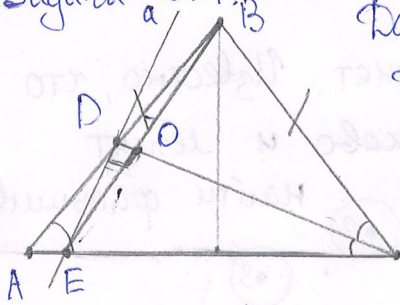
Для удобства я решила сделать рисунок.



Тогда понятно, что если при понижении скорости на 25% поезд проезжает такое же расстояние на 0,5 ч больше, то первую половину пути он проехал за  $100 : 25 = 4 \cdot 0,5 = 2$  ч, а вторую - за  $75 : 25 = 3 \cdot 0,5 = 1,5$  ч. Тогда весь путь он проехал за  $2 + 1,5 = 3,5$  ч.

Ответ: поезду прошёл весь путь за 3,5 ч.

Задача 8.4. 05



Дано:  $\triangle ABC$  - равнобедренный,  $AB = BC$ ,  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle BCD = \angle ACD$ ,  $AD \perp DC$

Доказать:  $EC = 2AD$

Доказательство:

Построим отрезок  $BE$ . Т.к. биссектриса в равнобедренном  $\triangle$  также является его медианой, то  $CD$  делит сторону  $AB$  пополам так, что  $AD = DB$ . Теперь рассмотрим треугольники  $BCD$  и  $ACE$ . Они равны по общему катету  $CD$  и прилежащим острым углам  $\angle BCD = \angle ACE$ . Следовательно,  $BC = AC - AD = EC$ , т.е.  $BC = EC$ . Рассмотрим  $\triangle BCE$ . Т.к. получившийся  $\triangle BCE$  - равнобедренный, то раз  $BC = EC$  и  $BE = BC = EC$ , то  $AD$  будет половиной стороны  $BE$ ,  $BC$  и  $EC \Rightarrow EC = 2AD$   $\square$

Задача 8.2. 05

Решение:

Из расчётов получилось, что число "а" не равно 0, 1, 2, 3, 4, 7, 49.

Также известно, что  $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot d + d \cdot e + e \cdot a = 21 + 12 + 18 + 56 + 49 = 156$ .