М-71005

18б

10.1. 2018, 20182018, 2018 20182018...

Все числа данной последовательности оканчиваются на 8.

Квадраты целых чисел могут оканчиваться на 0, 1, 4, 5, 6, 9 так как:

1. $0^2=0$
2. $1^2=1$
3. $2^2=4$
4. $3^2=9$
5. $4^2=16$
6. $5^2=25$
7. $6^2=36$
8. $7^2=49$
9. $8^2=64$
10. $9^2=81$

как видно, квадраты однозначных чисел оканчиваются на 0, 1, 4, 5, 6, 9.

А квадраты многозначных чисел оканчиваются на квадраты цифр, стоящих в конце данных чисел.

Например,

11^2: $1^2=1$, $11^2=121$

12^2: $2^2=4$, $12^2=144$.

В данной последовательности все числа оканчиваются на 8, а среди чисел, на которые оканчиваются квадраты целых чисел, нет 8. => ни одно число данной прогрессии не является квадратом целого числа.

Z.T.Д.

7б

10.4. x девочек 9x мальчиков

y очков у девочек : 4y очков у мальчиков.

Чтобы выполнялось условие, что очков мальчиков в 4 раза > девочек, может быть 2 вида игры:

не может быть нечётного кол. ничьих, т.к. иначе кол. очков у мальчиков будет нечётно, а ну обязательно чётно.

	девочка	мальчика	
1.	ничья	1 – 1	
	ничья	1 – 1	
		0 – 2	выиграли
		0 – 2	
		0 – 2	

	дев.	мальч.	
2.	выиграли	2 – 0	
		0 – 2	выиграли
		0 – 2	
		0 – 2	
		0 – 2	

~~всего~~

в обоих случаях 5 игр, и в обоих случаях девочки получили 2 очка.

2. Чтобы посчитать, сколько всего было сыграно игр, надо колич-во мальчиков · колич. девочек

n-кол. игр.

$$n = 9x \cdot x = 9x^2$$

3. из 1-го пункта ясно, что n должно быть кратно 5. $n \vdots 5$.

при $x=1$ $n = 9x^2 = 9 \not\vdots 5$

при $x=2$ $n = 36 \not\vdots 5$

при $x=3$ $n = 81 \not\vdots 5$

при $x=4$ $n = 144 \not\vdots 5$

при $x=5$ $n = 9 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225 \vdots 5$ +

=> сыграно 225 игр.

девочки получают по 2 очка за каждые 5 игр (ясно из 1-го пункта)

=> кол.-во очков девочек $= 2 \cdot \frac{225}{5} = 90$ очков.

15

Ответ: 90 очков

Ш-Э 1005

10.2. $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \ldots \leq a_9 \leq a_{10}$

a_i - вес i-того слона

на левую чашу возьмём 4 самых лёгких слона, а на правую 3 самых тяжелых.

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 > a_8 + a_9 + a_{10}$.

a_8 может быть $\geq a_4$.

1. Рассмотрим случай, когда $a_8 = a_4$.

$x = a_4 = a_8$

$a_1 + a_2 + a_3 + x > x + a_9 + a_{10}$

снимем с левой чаши a_4, самого тяжелого, а с правой чаши a_8, самого легкого.

Тогда:

$a_1 + a_2 + a_3 + x > x + a_9 + a_{10} \quad | -x$

$a_1 + a_2 + a_3 > a_9 + a_{10}$

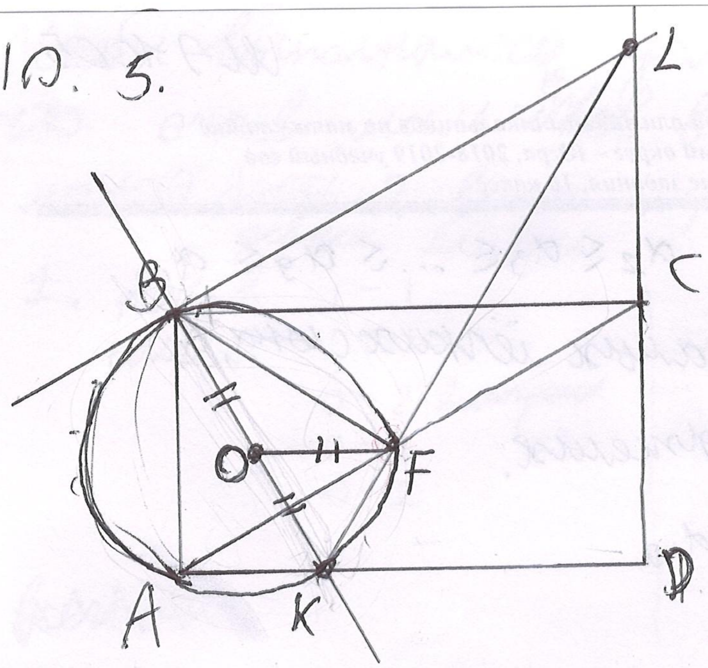
мы провели равноправные преобразование в обоих частях неравенства.

$\Rightarrow$ при $a_4 = a_8$

левая чаша обязательно перевесит, т.к. если ~~положить~~ поменять положить в левую чашу любого слона с большей или равной массой, чем $a_1/a_2/a_3$, а в правую чашу ~~положить~~ положить любого слона с меньшей или равной массой, чем a_9/a_{10}, неравенство также будет правильным.

65

10. 5.



Дано:

ABCD-прямоуг.

$L \in$ продолжению CD.

$K \in AD$.

$BL \perp BK$

KL и AC пересек. в (·) F

Доказать:

ABFK можно вписать в окр.

Доказательство:

$\triangle ABK$ - прямоуг. треуг. ($\angle BAK = 90°$ т.к. ABCD - прямоуг.))

вокруг любого прямоуг. $\triangle$ можно описать окружность => опишем её

гипотенуза $\triangle ABK$ - диаметр окр., на ней лежит центр окружности (свойство прямоугольного $\triangle$).

=> $OB = OK = R$

$OF = R$?

=> $OF = OB = OK$

$\triangle BKF$:

=> OF - медиана BK

А как известно, медиана равна половине стороны, которую она делит на 2 части, только у прямоугольных треугольников, если эта медиана делит гипотенузу.

=> $\triangle BFK$ - прямоуг. $\triangle$; BK - гипотенуза;

$\angle BFK = 90°$

$\triangle$. AKFB можно вписать в окружность,

т.к. $\triangle AKB$ и $\triangle FKB$ прямоугольны и имеют общую гипотенузу.

ч.т.д.

45