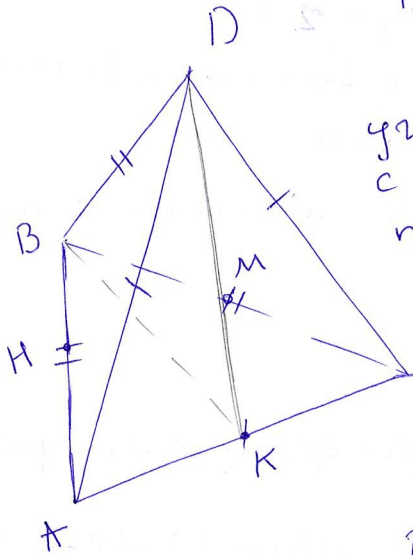


~ 11.5.



$MABCD$ - пирамида.

DK, AM, BK, DK, CH, DH - биссектрисы.

Док-ать: Если провести биссектрису угла $\angle ABC$, то её основание совпадёт с основанием биссектрисы $\angle ADC$, т.е. пересечет точку K .

Док-во: Биссектриса делит противоположную сторону на отрезки пропорциональные двум другим сторонам.

Исходя из этого, $\frac{AH}{AD} = \frac{BH}{BD}$, $\frac{AH}{AC} = \frac{BH}{BC}$
 $\frac{BM}{BD} = \frac{CM}{CD}$, $\frac{BM}{AB} = \frac{CM}{AC}$

? $\Rightarrow AD = AC$ и $BD = BC$; $\frac{BM}{BD} = \frac{CM}{CD}$, $\frac{BM}{AB} = \frac{CM}{AC}$

? $\Rightarrow BD = AB$, $CD = AC$; $\begin{cases} AD = AC \\ BD = BC \\ BD = AB \\ CD = AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AD = AC = CD \\ BD = BC = AB \end{cases}$

? ΔADC - равносторонний, $\Rightarrow DK$ - является также медианой.
 ? ΔABC - равнобедренный, \Rightarrow Если мы проведем биссектрису $\angle ABC$, она также будет являться медианой, т.е. эти две биссектрисы пересекутся в одной точке - середине ребра AC , \Rightarrow они имеют общее основание, что и т.д. 45

~ 11.2.

$$\begin{cases} \sin \angle A + \cos \angle B = \sqrt{2} \\ \cos \angle A + \sin \angle B = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\sin \angle A + \cos \angle B)^2 = 2 \\ (\cos \angle A + \sin \angle B)^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \angle A + \cos^2 \angle B + 2 \sin \angle A \cos \angle B = 2 \\ \cos^2 \angle A + \sin^2 \angle B + 2 \sin \angle B \cos \angle A = 2 \end{cases}$$

Сложим обе части уравнений: $\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A + \sin^2 \angle B + \cos^2 \angle B + 2(\sin \angle A \cos \angle B + \cos \angle A \sin \angle B) = 4$

$$\Rightarrow 1 + 1 + 2 \sin(\angle A + \angle B) = 4$$

$$2 \sin(\angle A + \angle B) = 2$$

$$\sin(\angle A + \angle B) = 1$$

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle C = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Ответ: 90° .

78

~11.4.

Допустим первые 200 учеников отсылают свои поздравления второй половине учащихся. Тогда в этот момент кол-во пар учеников поздравивших друг друга равно нулю. Начиная с 201-ого ученика ему придётся отправить как минимум одну открытку в ответ. 202-му — уже 2, 203-му — 3 ...

300-100 открыток, 301-101... 400-му — 200.

Таким образом, минимальное кол-во пар учеников поздравивших друг друга будет равно:

$$1+2+3+4+5+6...+100+101...+199+200 = 200 \cdot 100 + 100 = 20 \cdot 100.$$

Ответ: 20.100 пар.

— 08

~11.1.

Составное число — число, которое имеет делители, кроме единицы и самого себя, т.е. непростое.

Если предположить, что все чётные числа за исключением какого-либо одного попали в одну группу, а оставшееся одно чётное число в другую, то понятно, что оба произведения — чётные числа, их сумма — также чётное число, \Rightarrow оно является составным.

Если же все чётные числа попали в одну группу, а нечётные — в другую, то первое произведение будет числом чётности, а второе — нечётным. Их сумма будет числом также нечётным, но оно будет иметь делители, отличные от 1 и самого себя, потому что произведения точно будут иметь общий множитель. Например, произведение чётных чисел будет делиться на 10, т.к. это один из множителей, а произведение нечётных чисел делится аналогично на 5. Однако любое число, которое делится на 10, также делится на 5. \Rightarrow сумма этих произведений — делится на 5, т.е. является составным числом.

75

2016